数-20-公-東京-問-01

1 次の各問に答えよ。

問１ $9-8\div\frac{1}{2}$ を計算せよ。

問２ $3(5a-b)-(7a-4b)$ を計算せよ。

問３ $(2-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})$ を計算せよ。

問４ 一次方程式 $9x+4=5(x+8)$ を解け。

問５ 連立方程式 $\begin{cases}7x-3y=6\\x+y=8\end{cases}$ を解け。

問６ 二次方程式 $3x^2+9x+5=0$ を解け。

問７ 次の $\boxed{}$ の中の「あ」「い」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の表は，ある中学校の生徒 40 人について，自宅から A 駅まで歩いたときにかかる時間を調査し，度数分布表に整理したものである。

自宅から A 駅まで歩いたときにかかる時間が 15 分未満である人数は，全体の人数の $\boxed{あい}$ %である。

階級(分) 以上 〜 未満	度数(人)
5 〜 10	12
10 〜 15	14
15 〜 20	10
20 〜 25	3
25 〜 30	1
計	40

問８ 次の $\boxed{}$ の中の「う」「え」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

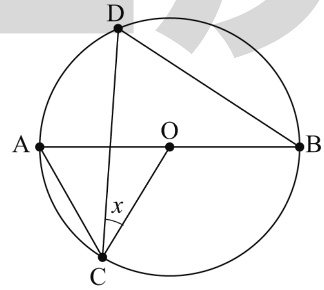
右の図１で，点 O は線分 AB を直径とする円の中心であり，2 点 C，D は円 O の周上にある点である。

4 点 A，B，C，D は，図１のように，A，C，B，D の順に並んでおり，互いに一致しない。

点 O と点 C，点 A と点 C，点 B と点 D，点 C と点 D をそれぞれ結ぶ。

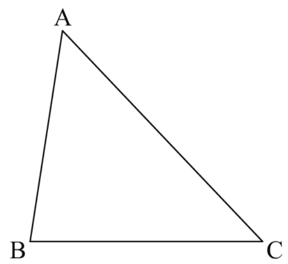
$\angle$AOC＝$\angle$BDC，$\angle$ABD＝34° のとき，x で示した $\angle$OCD の大きさは，$\boxed{うえ}$ 度である。

図１



問９　右の**図２**で，△ABC は，鋭角三角形である。
解答欄に示した図をもとにして，辺 AC 上にあり，AP＝BP となる点 P を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

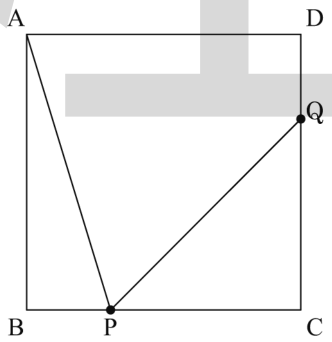
図２



数-20-公-東京-問-04

$\boxed{2}$ 右の**図１**で，四角形 ABCD は正方形である。
点 P は辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。
点 Q は辺 CD 上にある点で，CP＝CQ である。
頂点 A と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

図１

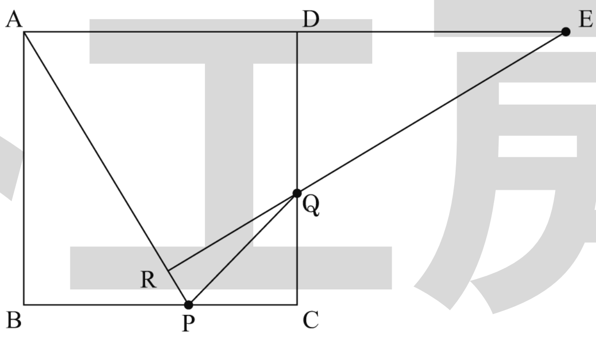


問１　**図１**において，∠BAP＝a° とするとき，∠APQ の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　（90－a）度　　**イ**　（45－a）度　　**ウ**　（a＋45）度　　**エ**　（a＋60）度

問２　右の**図２**は，**図１**において，辺 AD を D の方向に延ばした直線上にあり AD＝DE となる点を E，点 E と点 Q を結んだ線分 EQ を Q の方向に延ばした直線と線分 AP との交点を R とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図２



(1)　△ABP≡△EDQ であることを証明せよ。

(2) 次の $\boxed{\quad\quad}$ の中の「お」「か」「き」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

図２において，AB＝4 cm，BP＝3 cm のとき，線分 EQ の長さと線分 QR の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと，EQ : QR＝ $\boxed{\text{おか}}$: $\boxed{\text{き}}$ である。

数-20-公-東京-問-05

$\boxed{3}$ 右の**図１**に示した立体 ABCD－EFGH は，AB＝6 cm，AD＝8 cm，AE＝12 cm の直方体である。

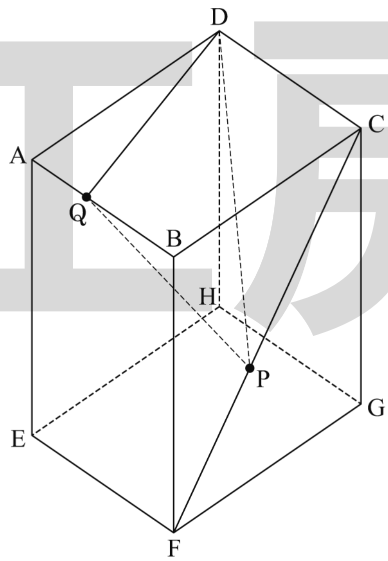
頂点 C と頂点 F を結び，線分 CF 上にある点を P とする。

辺 AB 上にあり，頂点 B に一致しない点を Q とする。

頂点 D と点 P，頂点 D と点 Q，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図１



問１　次の $\boxed{\quad\quad}$ の中の「く」「け」「こ」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

点 P が頂点 F と，点 Q が頂点 A とそれぞれ一致するとき，

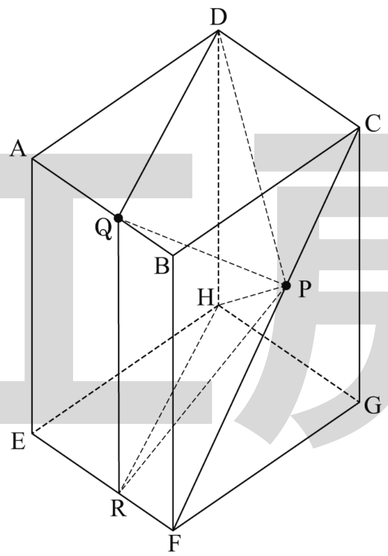
△DQP の面積は，$\boxed{\text{くけ}}\sqrt{\boxed{\text{こ}}}$ cm^2 である。

問２　次の $\boxed{\quad\quad}$ の中の「さ」「し」「す」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。

右の**図２**は，**図１**において，点 Q を通り辺 AE に平行な直線を引き，辺 EF との交点を R とし，頂点 H と点 P，頂点 H と点 R，点 P と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

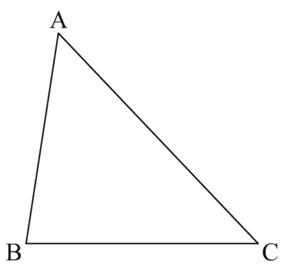
AQ＝4 cm，CP : PF＝3 : 5 のとき，立体 P－DQRH の体積は，$\boxed{\text{さしす}}$ cm^3 である。

図２



学年　　組　　クラス　　番号

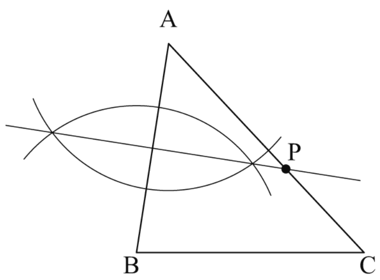
氏名

	問題番号				解答	配点	備考
数−20−公−東京−KY−01	1	問１					
		問２					
		問３					
		問４					
		問５			$x=$　　　　，$y=$		
		問６					
		問７	あい	あ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				い	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問８	うえ	う	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				え	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問９					

アート工房

	問題番号				解答		配点	備考
数−20−公−東京−KY−04	2	問１	㋐　㋑　㋒　㋓					
		問２	(1)	〔証　明〕 △ABP と△EDQ において, △ABP≡△EDQ				
			(2)	おか:き	お	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					か	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
					き	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		

	問題番号		解答			配点	備考
数−20−公−東京−KY−05	3	問１	くけ$\sqrt{\text{こ}}$	く	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				け	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				こ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
		問２	さしす	さ	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				し	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		
				す	⓪ ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨		

	問題番号				解答	配点	備考
数−20−公−東京−K−01	1	問１			-7	5	
		問２			$8a+b$	5	
		問３			$-4+\sqrt{6}$	5	
		問４			9	5	
		問５			$x=3,\ y=5$	5	
		問６			$\dfrac{-9\pm\sqrt{21}}{6}$	5	
		問７	あい	あ	6	5	
				い	5		
		問８	うえ	う	2	5	
				え	6		
		問９				6	採点のポイント ○辺 AB の垂直二等分線を引き，辺 AC 上に AP＝BP となる点 P が正確に示されている。

	問題番号					解答	配点	備考
数−20−公−東京−K−04	$\boxed{2}$	問１				ウ	5	
		問２	(1)			〔証　明〕 $\triangle ABP$ と $\triangle EDQ$ において， 仮定から，$\angle ABP = \angle ADQ = 90^\circ$ また，$\angle EDQ$ は $\angle ADQ$ の外角で 90° だから， $\angle ABP = \angle EDQ = 90^\circ$ …… (1) 仮定から，$AB = AD$ $AD = ED$ よって，$AB = ED$ ……… (2) また，$BP = CB - CP$ $DQ = CD - CQ$ 仮定から，$CB = CD$，$CP = CQ$ より， $BP = DQ$ ……… (3) (1)，(2)，(3)より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから， $\triangle ABP \equiv \triangle EDQ$	7	採点のポイント ○正しいと認められる事柄について，根拠を明確に記述し，仮定から結論を導く推論の過程が的確に示されている。
			(2)	$\boxed{おか}:\boxed{き}$	お	2	5	
					か	5		
					き	7		

	問題番号				解答	配点	備考
数−20−公−東京−K−05	$\boxed{3}$	問１	$\boxed{くけ}\sqrt{\boxed{こ}}$	く	2	5	
				け	4		
				こ	5		
		問２	$\boxed{さしす}$	さ	1	5	
				し	4		
				す	4		

数-20-公-東京-KS-01

1 【小問集合】

〈東京都大問１の傾向〉

① 「正負の数」・「式の計算」・「平方根」・「方程式」・「資料の整理」・「円周角」・「作図」 など。

② 計算から作図まで幅広く基本事項を扱う小問集合。

問８ 線分 OA，OC は円 O の半径だから，OA＝OC より，

△OAC は二等辺三角形で，∠OAC＝∠OCA

また，∠AOC＝∠BDC で，同じ弧に対する円周角は等しいので，

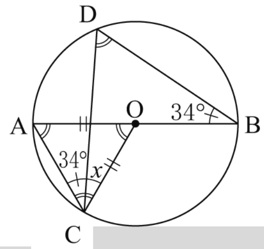
∠BAC＝∠BDC

だから，∠OAC＝∠AOC

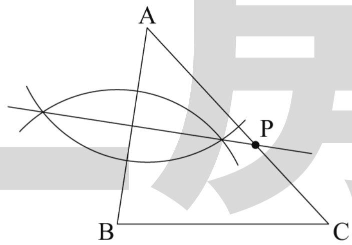
したがって，△OAC は正三角形で，∠OCA＝60°

同じ弧に対する円周角は等しいので，∠ACD＝∠ABD＝34° だから，

∠x＝∠OCA－∠ACD＝60°－34°＝26°



問９ 線分の両端の点から等しい距離にある点は，その線分の垂直二等分線上にある。したがって，線分 AB の垂直二等分線と，辺 AC の交点を求めればよい。



数-20-公-東京-KS-04

2 【平面図形】

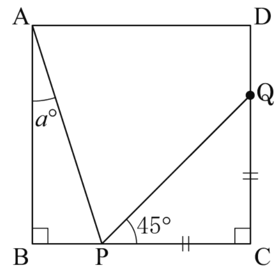
問１ ∠APQ は∠APC から∠QPC を引いて求められる。

△ABP の外角だから，∠APC＝∠BAP＋∠ABP＝a°＋90°

CP＝CQ，∠PCQ＝90° より，△PCQ は直角二等辺三角形だから，

∠QPC＝45°

∠APQ＝∠APC－∠QPC＝a°＋90°－45°＝a°＋45°



問２ (2) △EDQ において，△ABP≡△EDQ より ED＝AB＝4cm，

DQ＝BP＝3cm，∠EDQ＝90° だから，三平方の定理より，

EQ^2＝ED^2＋DQ^2＝4^2＋3^2＝25 よって，EQ＝5cm

また，△ABP≡△EDQ より

∠BAP＝∠DEQ だから，

∠EAR＝∠BAD－∠BAP＝90°－∠DEQ,

∠EQD＝180°－∠EDQ－∠DEQ

＝90°－∠DEQ より，∠EAR＝∠EQD

さらに，∠E は共通だから

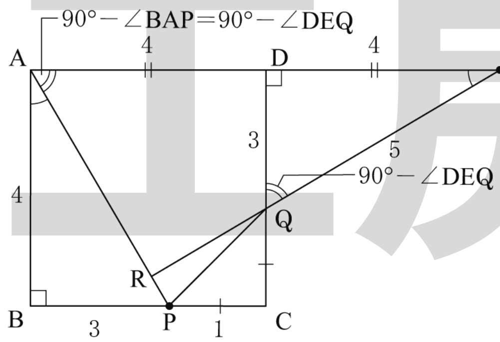
∠REA＝∠DEQ なので，△ERA∽△EDQ

相似比は EA：EQ＝8：5 だから，

ER＝ED×$\frac{8}{5}$＝4×$\frac{8}{5}$＝$\frac{32}{5}$(cm)より，

QR＝ER－EQ＝$\frac{32}{5}$－5＝$\frac{7}{5}$(cm)

したがって，EQ：QR＝5：$\frac{7}{5}$＝25：7



3 【三平方の定理の空間図形への利用】

問１　点 P と頂点 F，点 Q と頂点 A が一致することから，△DQP は△DAF と等しい。

△AFB において，AB＝6cm，BF＝AE＝12cm，∠ABF＝90°だから，三平方の定理より，

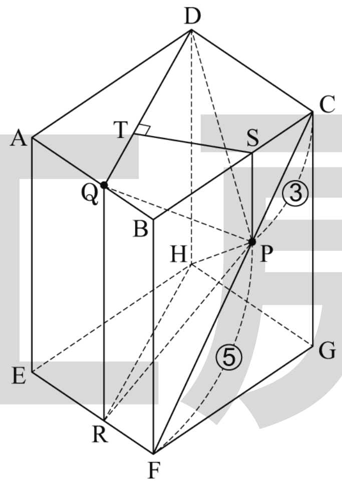
$AF^2=AB^2+BF^2=6^2+12^2=180$　よって，$AF=6\sqrt{5}$cm

△DAF において，∠DAF＝90°，AD＝8cm だから，△DAF の面積は

$AD\times AF\times\frac{1}{2}=8\times6\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=24\sqrt{5}\text{cm}^2$

問２　四角形 DQRH を底面とする四角錐と考えて体積を求める。

図２



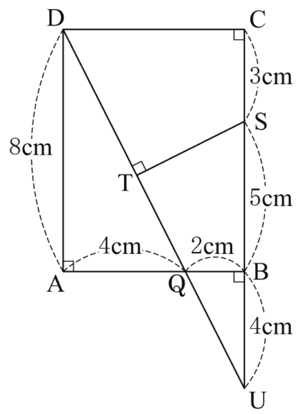


図２の立体に，点 P を通り辺 BF に平行な直線を引き，辺 BC との交点を S とする。また，点 S から線分 DQ に垂直な直線を引き，線分 DQ との交点を T とすると，線分 TS の長さが四角錐の高さとなる。

△CFB において，仮定から CP：PF＝3：5

BF//SP だから，CS：SB＝CP：PF＝3：5

したがって，$CS=CB\times\frac{3}{8}=8\times\frac{3}{8}=3$(cm)，

SB＝CB－CS＝8－3＝5(cm)

四角形 ABCD において，辺 CB，線分 DQ を延長した直線を引き，2 直線の交点を U とする。

∠DAQ＝∠UBQ＝90°，対頂角だから∠DQA＝∠UQB なので，

AQ＝4cm，BQ＝AB－AQ＝6－4＝2(cm)だから，相似比は

AQ：BQ＝4：2＝2：1

したがって，$BU=AD\times\frac{1}{2}=8\times\frac{1}{2}=4$(cm)

△BUQ において，三平方の定理より，

$UQ^2=BU^2+BQ^2=4^2+2^2=20$

$UQ=2\sqrt{5}$cm

また，∠UBQ＝∠UTS＝90°，∠U は共通だから

∠BUQ＝∠TUS なので，

△BUQ∽△TUS

相似比は $UQ:US=2\sqrt{5}:9$ だから，

$TS=BQ\times\frac{9}{2\sqrt{5}}=2\times\frac{9}{2\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{5}$(cm)

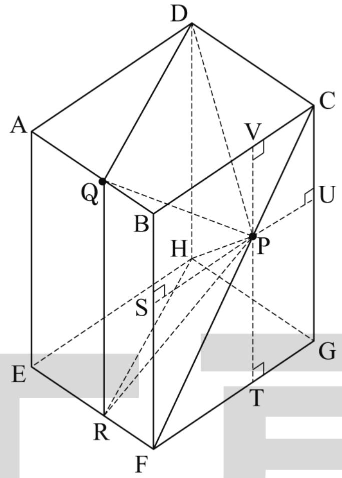
△ADQ∽△BUQ より $DQ=UQ\times2=2\sqrt{5}\times2=4\sqrt{5}$(cm)，QR＝AE＝12cm だから，

四角形 DQRH の面積は，$DQ\times QR=4\sqrt{5}\times12=48\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

したがって，立体 P－DQRH の体積は，$48\sqrt{5}\times\frac{9\sqrt{5}}{5}\times\frac{1}{3}=144(\text{cm}^3)$

〈別解〉

立体 P－DQRH は直方体 ABCD－EFGH から，三角柱 AQD－ERH，四角錐 P－QRFB，四角錐 P－RFGH，四角錐 P－CGHD，四角錐 P－QBCD を除いたものである。



直方体 ABCD－EFGH の体積は，$8\times6\times12=576(\mathrm{cm}^3)$

三角柱 AQD－ERH の体積は，$\dfrac{1}{2}\times8\times4\times12=192(\mathrm{cm}^3)$

点 P から辺 BF，FG，GC，CB に引いた垂線と各辺との交点をそれぞれ S，T，U，V とする。

CP：PF＝3：5 より，$\mathrm{PS}=8\times\dfrac{5}{8}=5$，$\mathrm{PT}=12\times\dfrac{5}{8}=\dfrac{15}{2}$，

$\mathrm{PU}=8-\mathrm{PS}=3$，$\mathrm{PV}=12-\mathrm{PT}=\dfrac{9}{2}$

四角錐 P－QRFB は，長方形 QRFB を底面，線分 PS を高さとする四角錐だから，体積は

$\dfrac{1}{3}\times\mathrm{QR}\times\mathrm{QB}\times\mathrm{PS}=\dfrac{1}{3}\times12\times2\times5=40(\mathrm{cm}^3)$

四角錐 P－RFGH は，台形 RFGH を底面，線分 PT を高さとする四角錐だから，体積は

$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(\mathrm{RF}+\mathrm{HG})\times\mathrm{FG}}{2}\times\mathrm{PT}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(2+6)\times8}{2}\times\dfrac{15}{2}=80(\mathrm{cm}^3)$

四角錐 P－CGHD は，長方形 CGHD を底面，線分 PU を高さとする四角錐だから，体積は

$\dfrac{1}{3}\times\mathrm{CG}\times\mathrm{CD}\times\mathrm{PU}=\dfrac{1}{3}\times12\times6\times3=72(\mathrm{cm}^3)$

四角錐 P－QBCD は，台形 QBCD を底面，線分 PV を高さとする四角錐だから，体積は

$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(\mathrm{QB}+\mathrm{DC})\times\mathrm{BC}}{2}\times\mathrm{PV}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{(2+6)\times8}{2}\times\dfrac{9}{2}=48(\mathrm{cm}^3)$

以上より，立体 P－DQRH の体積は

$576-(192+40+80+72+48)=144(\mathrm{cm}^3)$

アート工房